

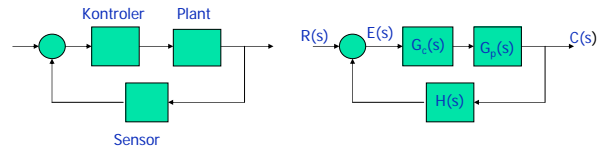
# Analisis Sistem Kontrol

Dalam Keadaan Mantap

**Ermanu A. Hakim**

Teknik Elektro Fakultas Teknik  
Universitas Muhammadiyah Malang

# Struktur Sistem Kontrol



Fungsi Alih :

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s) G_p(s)}{1 + G_c(s) G_p(s) H(s)}$$

Dengan  $G(s) = G_c(s)G_p(s)$ , maka diperoleh fungsi alih

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) H(s)}$$

Persamaan yaitu

$$1 + G(s) H(s) = 0$$

Disebut sebagai *persamaan karakteristik sistem*.

Akar-akar persamaan karakteristik diatas sering disebut sebagai *akar sistem* atau *pole sistem*.

Misalkan keluaran sistem diuraikan sebagai

$$C(s) = T(s)R(s) = \frac{P(s)}{a_n(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)} R(s)$$

$$= \frac{k_1}{s-p_1} + \frac{k_2}{s-p_2} + \dots + \frac{k_n}{s-p_n} + C_r(s)$$

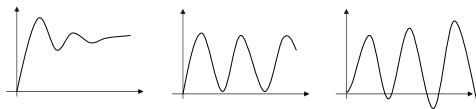
Maka

$$c(t) = k_1 e^{p_1 t} + k_2 e^{p_2 t} + \dots + k_n e^{p_n t} + c_r(t)$$

Sistem stabil memiliki pole  $p_1, p_2, \dots$ , dan  $p_n$  berharga *negatif*

# Stabilitas

Stabilitas merupakan karakteristik sangat penting dari sistem kontrol dan didefinisikan sebagai *kemampuan suatu sistem untuk mencapai keadaan mantap atau keseimbangan saat mendapat masukan atau gangguan*



Sistem Stabil

Sistem Stabil kritis

Sistem Tak Stabil

# Kepekaan

Karakteristik sistem yang berubah sebagai akibat variasi parameter sistem disebut *kepekaan*.

Kepekaan didefinisikan sebagai perbandingan persentase perubahan fungsi alih sistem terhadap persentase perubahan parameter b.

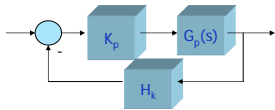
*Kepekaan (S)* ditulis

$$S = \frac{\Delta T(s)/T(s)}{\Delta b/b} = \frac{\Delta T}{\Delta b} \frac{b}{T(s)}$$

Sedangkan *fungsi kepekaan* adalah

$$S_b^T = \lim_{\Delta b \rightarrow 0} \frac{\Delta T(s)}{\Delta b} \frac{b}{T(s)} = \frac{\partial T}{\partial b} \frac{b}{T(s)}$$

## Contoh :



Fungsi alih sistem adalah

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p G_c(s)}{1 + K_p G_c(s) H_k}$$

maka kepekaan sistem adalah

$$S_K^T = \frac{\partial T}{\partial K} \frac{K}{T} = \frac{\partial T}{\partial G_p} \frac{\partial G_p}{\partial K} \frac{K}{T} = \frac{1}{1 + K_p G_c(s) H_k}$$

## Tipe Sistem

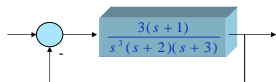
Tinjau fungsi alih lup terbuka  $G(s)H(s)$  berikut :

$$G(s)H(s) = \frac{K \prod_{i=1}^m (s + z_i)}{s^N \prod_{i=1}^n (s + p_i)}$$

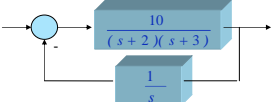
dengan  $K$  adalah konstanta,  $m \leq n$ , dan  $-z_i$  dan  $-p_i$  masing-masing adalah **zero** dan **pole** dari  $G(s)H(s)$  selain pole di titik nol sejumlah  $N$

Fungsi alih lup terbuka persamaan ini disebut sistem **bertipe  $N$** .

## Contoh



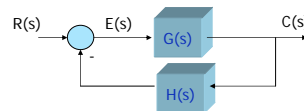
Adalah sebuah *sistem bertipe 3*



Adalah sebuah *sistem bertipe 1*

## Kesalahan Keadaan Mantap

Sistem Umpan Balik :



Kesalahan :

$$E(s) = R(s) - C(s)H(s)$$

$$\begin{aligned} E(s) &= R(s) - \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} H(s) \\ &= \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)} \end{aligned}$$

## Konstanta Kesalahan Posisi

Jadi Kesalahan keadaan mantap :

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

- Kesalahan keadaan mantap sistem untuk masukan langkah satuan (step function) adalah

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \frac{1}{s} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \\ &= \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s)} = \frac{1}{1 + K_p} \end{aligned}$$

dengan

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = G(0)H(0)$$

Untuk sistem bertipe 0 :

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_1 (s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_n)} = \frac{K_1 z_1 z_2 \cdots z_m}{p_1 p_2 \cdots p_n} = K$$

Untuk sistem bertipe 1 atau lebih :

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_1 (s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_m)}{s^N (s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_n)} = \infty$$

## Konstanta kesalahan kecepatan

Kesalahan keadaan mantap sistem saat masukan berupa fungsi tanjak satuan dinyatakan :

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \frac{1}{s^2}$$
$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + sG(s)H(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s)} = \frac{1}{K_v}$$

dengan  $K_v$  = konstanta kesalahan kecepatan, yang didefinisikan sebagai

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s)$$

Untuk sistem bertipe 0 :

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_1(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)} = 0$$

Untuk sistem bertipe 1 :

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_1(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{s(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)} = \frac{K_1 z_1 z_2 \cdots z_m}{p_1 p_2 \cdots p_n} = K$$

Untuk sistem bertipe 2 atau lebih :

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_1(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{s^N(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)} = \infty \quad \text{untuk } N \geq 2$$

## Konstanta kesalahan percepatan

Kesalahan keadaan mantap saat masukan parabolik satuan :

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \frac{1}{s^3}$$
$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2 + s^2 G(s)H(s)}$$
$$= \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s)} = \frac{1}{K_a}$$