

# Analisis Sistem Kontrol

Dalam Keadaan Transien

**Ermanu A. Hakim**

Teknik Elektro Fakultas Teknik  
Universitas Muhammadiyah Malang

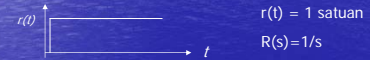
Analisis sistem keadaan transien : Menguji karakteristik atau performans sistem transien atau peralihan dengan cara memberikan sinyal uji tertentu

Beberapa sinyal Uji yang sering digunakan :

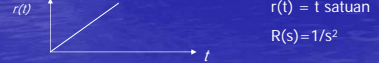
1. Sinyal impuls  $r(t) = \delta(t)$ , maka  $R(s) = 1$



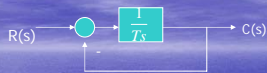
2. Sinyal Langkah (step function)



3. Sinyal Tangga (ramp function)



## Sistem Orde Pertama



Fungsi alih sistem ini :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts + 1} = \frac{1/T}{s + 1/T}$$

Untuk masukan unit impuls, yaitu  $R(s) = 1$

$$C(s) = \frac{1}{Ts + 1} R(s) = \frac{1/T}{s + 1/T} R(s) = \frac{1/T}{s + 1/T}$$

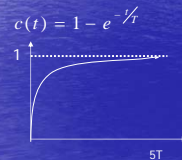
Maka keluaran fungsi waktu :

$$c(t) = \frac{1}{T} e^{-t/T}$$

Untuk masukan unit step  $r(t) = 1$  atau  $R(s) = 1/s$

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{1}{Ts + 1} R(s) \\ &= \frac{1/T}{s + 1/T} R(s) = \frac{1/T}{s(s + 1/T)} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/T} \end{aligned}$$

Maka keluaran fungsi waktu :



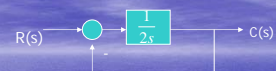
Untuk masukan tanjak  $r(t) = t$  atau  $R(s) = 1/s^2$

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{1}{Ts + 1} R(s) \\ &= \frac{1/T}{s + 1/T} R(s) = \frac{1/T}{s^2(s + 1/T)} = \frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T}{s + 1/T} \end{aligned}$$

Maka keluaran dalam fungsi waktu

$$c(t) = t - T + T e^{-t/T}$$

Contoh 1 : Diberikan sistem orde pertama sbb :

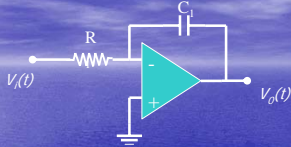


Tentukan keluaran sistem  $c(t)$  untuk masukan :

- Impuls
- Step function
- Ramp function

Penyelesaian :

Contoh 2 : Diberikan rangkaian sistem orde pertama berikut



Jika  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$  dan  $v_i(t) = 1 \text{ volt}$   
Tentukan  $v_o(t)$

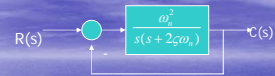
Penyelesaian :

Fungsi alih sistem :

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{1}{R_1 C_1 s} = -\frac{1}{10 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} s}$$

$$= -\frac{1}{1000 s}$$

## Sistem Orde Kedua



Fungsi Alih sistem ini :

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$  disebut pers. karakteristik

Untuk masukan langkah (unit step)  $r(t) = 1$  atau  $R(s) = 1/s$

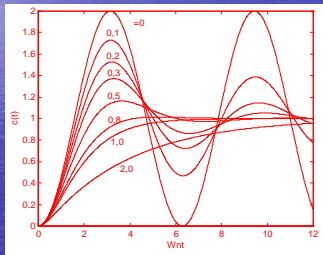
$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} R(s)$$

$$= \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

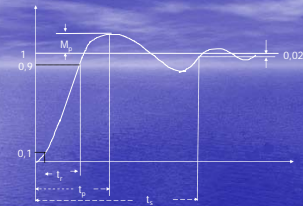
$$= \frac{1}{s} - \frac{s + \zeta\omega_n}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} - \frac{\zeta\omega_n}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2}$$

Dengan Alih ragam Laplace diperoleh keluaran :

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta})$$



## Spesifikasi Tanggapan Wawasan waktu



Gbr Tanggapan Sistem Orde 2 Untuk masukan step function

### 1. Waktu naik ( $t_r$ )

Waktu naik ( $t_r$ ) didefinisikan sebagai waktu yang diperlukan oleh tanggapan untuk naik dari 10 hingga 90 persen dari harga akhir

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad \text{dengan} \quad \beta = \arctan \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta}$$

### 2. Waktu puncak ( $t_p$ )

waktu puncak didefinisikan berkaitan dengan lewatan puncak pertama

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

### 3. Lewatan maksimum ( $M_p$ )

Lewatan maksimum didefinisikan sebagai

$$\text{Lewatan maks} = c_{\text{max}} - c_{\text{ss}}$$

= nilai puncak - nilai keadaan mantap

$$M_p = c(t_p) - 1$$

$$= -e^{-\zeta\omega_n t_p} \left( \cos \pi + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \pi \right)$$

$$= e^{-\zeta\omega_n t_p}$$

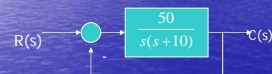
### 4. Waktu penetapan ( $t_s$ )

Waktu penetapan untuk  $0 < z < 0,9$  dan menggunakan kriteria 2% adalah

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

Contoh :

Suatu sistem dengan diagram blok sebagaimana diperlihatkan dalam gambar berikut.



Tentukan a. Rasio redaman sistem  $\zeta$  dan frekuensi alamiah  $\omega_n$   
b. Lewatan maksimum, waktu naik dan waktu penetapan

Penyelesaian :

Fungsi alih lup tertutup sistem

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{50}{s^2 + 10s + 50}$$

Sehingga persamaan karakteristik sistem orde dua

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 10s + 50 = 0$$

a. Rasio redaman dan frekuensi alamiah ditentukan sebagai berikut

$$2\zeta\omega_n = 10 \quad \text{dan} \quad \omega_n = \sqrt{50} = 7,0711$$

Maka diperoleh rasio redaman  $\zeta = 0,7071$  sedangkan frekuensi alamiah  $\omega_n = 7,0711$

b. Lewatan maksimum, waktu naik dan waktu penetapan ditentukan sebagai berikut  
Lewatan maksimum

$$M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi} = 0,0432 = 4,32\%$$

Waktu naik :

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad \text{dengan} \quad \beta = \arctan \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} = \arctan \frac{\sqrt{1 - 0,7071^2}}{0,7071} = 0,7854$$

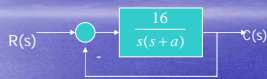
$$\text{sehingga} \quad t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{\pi - 0,7854}{7,0711 \sqrt{1 - 0,7071^2}} = 0,4712 \text{det}$$

Waktu penetapan :

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{0,7071 \times 7,0711} = 0,8 \text{det}$$

### Contoh 2 :

Suatu sistem dengan diagram balok sebagaimana diperlihatkan dalam gambar berikut.

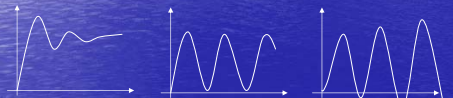


Tentukan  $a$  agar sistem memiliki spesifikasi waktu penetapan sebesar 4 detik

## Analisis Stabilitas

Analisa Stabilitas berhubungan dengan penentuan apakah sebuah sistem stabil atau tidak dan seberapa jauh atau dekat dengan keadaan stabil kritis yang menentukan stabilitas relatif suatu sistem

Penentuan stabilitas relatif menjadi penting karena akan menentukan performans suatu sistem baik dalam keadaan transien maupun mantap



Sistem Stabil

Sistem Stabil kritis

Sistem Tak Stabil

### Metode Penentuan Stabilitas

**Kriteria Routh-Hurwitz** adalah prosedur analitik untuk menentukan semua akar-akar polinomial yang memiliki bagian nyata negatif dan digunakan dalam analisa stabilitas sistem tak berubah waktu linear. Kriteria ini dapat menentukan jumlah akar dengan bagian nyata positif. Kriteria stabilitas menerapkan polinomial bentuk

$$Q(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n$$

Tabel Routh :

$s^n$	$a_0$	$a_2$	$a_4$		
$s^{n-1}$	$a_1$	$a_3$	$a_5$	$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$	$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$
$s^{n-2}$	$b_1$	$b_2$	$b_3$		
$s^{n-3}$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_1 = \frac{b_1 a_2 - a_1 b_2}{b_1}$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		
$s^0$					

## Kriteria Hurwitz

Akar-akar persamaan seluruhnya berada dalam separuh kiri bidang  $s$  (memilik bagian nyata negatif jika semua elemen pada kolom pertama dari tabel Routh adalah bertanda sama).

Jumlah perubahan tanda elemen dari kolom pertama sama dengan jumlah akar-akar dengan bagian nyata positif atau berada dalam separuh kanan bidang  $s$ .

CONTOH :

Diketahui persamaan karakteristik sistem :

$$s^3 - 4s^2 + 2s + 6 = 0$$

yang memiliki satu koefisien negatif.

Tentukan jumlah akar yang terletak di separuh kanan bidang  $s$  dan tentukan stabilitas sistem ini.

Tabel Routh :

$$\begin{array}{r} s^3 \quad \quad \quad 1 \quad \quad \quad 1 \\ s^2 \quad \quad \quad -4 \quad \quad \quad 6 \\ s^1 \quad \frac{(-4)(1) - (6)(1)}{-4} = 2,5 \quad 0 \\ s^0 \quad \frac{(2,5)(6) - (-4)(0)}{2,5} = 6 \quad 0 \end{array}$$