BAB 1

LINEAR PROGRAMMING : METODE GRAFIK

PENDAHULUAN

Linear programming adalah suatu teknis matematika yang dirancang untuk membantu manajer dalam merencanakan dan membuat keputusan dalam mengalokasikan sumber daya yang terbatas untuk mencapai tujuan perusahaan.

Tujuan perusahaan pada umumnya adalah memaksimalisasi keuntungan, namun karena terbatasnya sumber daya, maka dapat juga perusahaan meminimalkan biaya.

Linear Programming memiliki empat ciri khusus yang melekat, yaitu :

1. penyelesaian masalah mengarah pada pencapaian tujuan maksimisasi atau minimisasi
2. kendala yang ada membatasi tingkat pencapaian tujuan
3. ada beberapa alternatif penyelesaian
4. hubungan matematis bersifat linear

Secara teknis, ada lima syarat tambahan dari permasalahan linear programming yang harus diperhatikan yang merupakan asumsi dasar, yaitu:

1. *certainty* (kepastian). Maksudnya adalah fungsi tujuan dan fungsi kendala sudah diketahui dengan pasti dan tidak berubah selama periode analisa.

2. *proportionality* (proporsionalitas). Yaitu adanya proporsionalitas dalam fungsi tujuan dan fungsi kendala.
3. *additivity* (penambahan). Artinya aktivitas total sama dengan penjumlahan aktivitas individu.
4. *divisibility* (bisa dibagi-bagi). Maksudnya solusi tidak harus merupakan bilangan integer (bilangan bulat), tetapi bisa juga berupa pecahan.
5. *non-negative variable* (variabel tidak negatif). Artinya bahwa semua nilai jawaban atau variabel tidak negatif.

Dalam menyelesaikan permasalahan dengan menggunakan Linear Programming, ada dua pendekatan yang bisa digunakan, yaitu metode grafik dan metode simpleks. Metode grafik hanya bisa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dimana variabel keputusan sama dengan dua. Sedangkan metode simpleks bisa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dimana variabel keputusan dua atau lebih.

Dalam Bab I ini, akan dibahas Linear Programming dengan metode grafik untuk fungsi tujuan baik maksimum maupun minimum. Fungsi tujuan maksimum akan diuraikan pada topik I sedang fungsi tujuan minimum akan diuraikan pada topik II.

Dengan mempelajari modul ini dengan baik dan benar, diharapkan Anda dapat memahami permasalahan Linear Programming dengan metode grafik.

Setelah mempelajari modul ini diharapkan anda dapat:

1. Mengenal linear programming sebagai alat pengambilan keputusan
2. Merumuskan permasalahan operasi ke dalam bentuk linear programming
3. Menyelesaikan permasalahan linear programming dengan grafik/ matematik
4. Memahami permasalahan *infeasibility, unboundedness*, *alternative optima*, dan *redundancy.*

Linier Programming dengan Metode Grafik :
Fungsi Tujuan Maksimisasi

A. FORMULASI PERMASALAHAN

Metode grafik hanya bisa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dimana hanya terdapat dua variabel keputusan. Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut, langkah pertama yang harus dilakukan adalah memformulasikan permasalahan yang ada ke dalam bentuk Linear Programming (LP). Langkah-langkah dalam formulasi permasalahan adalah :

1. pahamilah secara menyeluruh permasalahan manajerial yang dihadapi
2. identifikasikan tujuan dan kendalanya
3. definisikan variabel keputusannya
4. gunakan variabel keputusan untuk merumuskan fungsi tujuan dan fungsi kendala secara matematis.

Sebagai contoh dalam memformulasikan permasalahan, berikut ini akan dibahas perusahaan Krisna Furniture yang akan membuat meja dan kursi. Keuntungan yang diperoleh dari satu unit meja adalah $7,- sedang keuntungan yang diperoleh dari satu unit kursi adalah $5,-.

Namun untuk meraih keuntungan tersebut Krisna Furniture menghadapi kendala keterbatasan jam kerja. Untuk pembuatan 1 unit meja dia memerlukan 4 jam kerja. Untuk pembuatan 1 unit kursi dia membutuhkan 3 jam kerja. Untuk pengecatan 1 unit meja dibutuhkan 2 jam kerja, dan untuk pengecatan 1 unit kursi dibutuhkan 1 jam kerja. Jumlah jam kerja yang tersedia untuk pembuatan meja dan kursi adalah 240 jam per minggu sedang jumlah jam kerja untuk pengecatan adalah 100 jam per minggu. Berapa jumlah meja dan kursi yang sebaiknya diproduksi agar keuntungan perusahaan maksimum?

Dari kasus di atas dapat diketahui bahwa tujuan perusahaan adalah memaksimumkan profit. Sedangkan kendala perusahaan tersebut adalah terbatasnya waktu yang tersedia untuk pembuatan dan pengecatan. Apabila permasalahan tersebut diringkas dalam satu tabel akan tampak sebagai berikut:

TABEL 1.1 Informasi Permasalahan Krisna Furniture

	Jam kerja untuk membuat 1 unit produk		Total waktu tersedia per minggu
	Meja	Kursi	
Pembuatan	4	2	240
Pengecatan	2	1	100
Profit per unit	7	5	

Mengingat produk yang akan dihasilkan adalah meja dan kursi, maka dalam rangka memaksimumkan profit, perusahaan harus memutuskan berapa jumlah meja dan kursi yang sebaiknya diproduksi. Dengan demikian dalam kasus ini, yang merupakan variabel keputusan adalah meja (X1) dan kursi (X2).

Setelah kita mendefinisikan variabel keputusan, maka langkah selanjutnya adalah menuliskan secara matematis fungsi tujuan dan fungsi kendala.

1. Fungsi Tujuan

Tujuan perusahaan adalah maksimisasi keuntungan, sehingga kita dapat menuliskan fungsi tujuan sebagai berikut :

P = ($7 x jumlah meja Yang diproduksi) + ($5 x jumlah kursi yang diproduksi)

Atau secara matematis dapat dituliskan :

Maksimisasi Z = $7X1 + $5X2

2. Fungsi kendala

Berkaitan dengan sumber daya yang digunakan, perusahaan tidak bisa memperkirakan secara tepat kebutuhan sumber daya yang digunakan untuk mencapai keuntungan tertentu. Biasanya perusahaan menyediakan sumber daya tertentu yang merupakan kebutuhan minimum atau maksimum. Kondisi seperti ini secara matematis diungkapkan dengan pertidaksamaan.

Kendala yang pertama adalah waktu yang tersedia di departemen pembuatan. Total waktu yang diperlukan untuk pembuatan X1 (meja) dimana untuk membuat satu unit meja diperlukan waktu 4 jam kerja dan untuk pembuatan X2 (kursi) dimana untuk membuat satu unit kursi diperlukan waktu 3 jam kerja adalah 240 jam. Kalimat ini bisa dirumuskan dalam pertidaksamaan matematis menjadi :

$$\boxed{4\,X1 + 3\,X2 \leq 240}$$

Seperti halnya pada kendala yang pertama, maka pada kendala kedua dapat diketahui bahwa total waktu yang diperlukan untuk pengecatan X1 (meja) dimana untuk mengecat satu unit meja diperlukan waktu 2 jam kerja dan untuk pembuatan X2 (kursi) dimana untuk mengecat satu unit kursi dibutuhkan waktu 1 jam kerja adalah 100 jam. Kalimat ini bisa dirumuskan dalam pertidaksamaan matematis menjadi :

$$\boxed{2X1 + 1\,X2 \leq 100}$$

Salah satu syarat yang harus dipenuhi dalam Linear Programming adalah asumsi nilai X1 dan X2 tidak negatif. Artinya bahwa

$X1 \geq 0$ (jumlah meja yang diproduksi adalah lebih besar atau sama dengan nol)

$X2 \geq 0$ (jumlah kursi yang diproduksi adalah lebih besar atau sama dengan nol)

Dari uraian di atas dapat dirumuskan formulasi permasalahan secara lengkap sebagai berikut :

Fungsi tujuan :

Maksimisasi $Z = \$7X1 + \$5X2$.

Fungsi kendala :

$4\,X1 + 3\,X2 \leq 240$ (kendala departemen pembuatan)

$2X1 + 1\,X2 \leq 100$ (kendala departemen pengecatan)

$X1 \geq 0$ (kendala non negatif pertama)

$X2 \geq 0$ (kendala non negatif kedua)

B. PENYELESAIAN LINEAR PROGRAMMING SECARA GRAFIK

Kasus Krisna Furniture tersebut akan kita selesaikan dengan metode grafik. Keterbatasan metode grafik adalah bahwa hanya tersedia dua sumbu ordinat, sehingga tidak bisa digunakan untuk menyelesaikan kasus yang lebih dari dua variabel keputusan.

Langkah pertama dalam penyelesaian dengan metode grafik adalah menggambarkan fungsi kendalanya. Untuk menggambarkan kendala pertama secara grafik, kita harus merubah tanda pertidaksamaan menjadi tanda persamaan seperti berikut.

$4\ X1 + 3\ X2 = 240$

Kendala ini akan memotong salah satu atau kedua sumbu.

Sebagaimana halnya yang sudah kita pelajari dalam aljabar, bahwa untuk menggambarkan fungsi linear yang tidak lain merupakan garis lurus, maka kita akan mencari titik potong garis tersebut dengan kedua sumbu. Suatu garis akan memotong salah satu sumbu apabila nilai variabel yang lain sama dengan nol. Dengan demikian kendala pertama akan memotong X1, pada saat X2 = 0, demikian juga kendala ini akan memotong X2, pada saat X1 = 0.

Kendala I: $4\ X1 + 3\ X2 = 240$

memotong sumbu X1 pada saat $X2 = 0$

$4\ X1 + 0 = 240$

$X1 = 240/4$

$X1 = 60$.

memotong sumbu X2 pada saat $X1 = 0$

$0 + 3\ X2 = 240$

$X2 = 240/3$

$X2 = 80$

Kendala I memotong sumbu X1 pada titik (60, 0) dan memotong sumbu X2 pada titik (0, 80).

Kendala II: 2 X1 + 1 X2 = 100

memotong sumbu X1 pada saat X2 = 0

2 X1 + 0 = 100

X1 = 100/2

X1 = 50

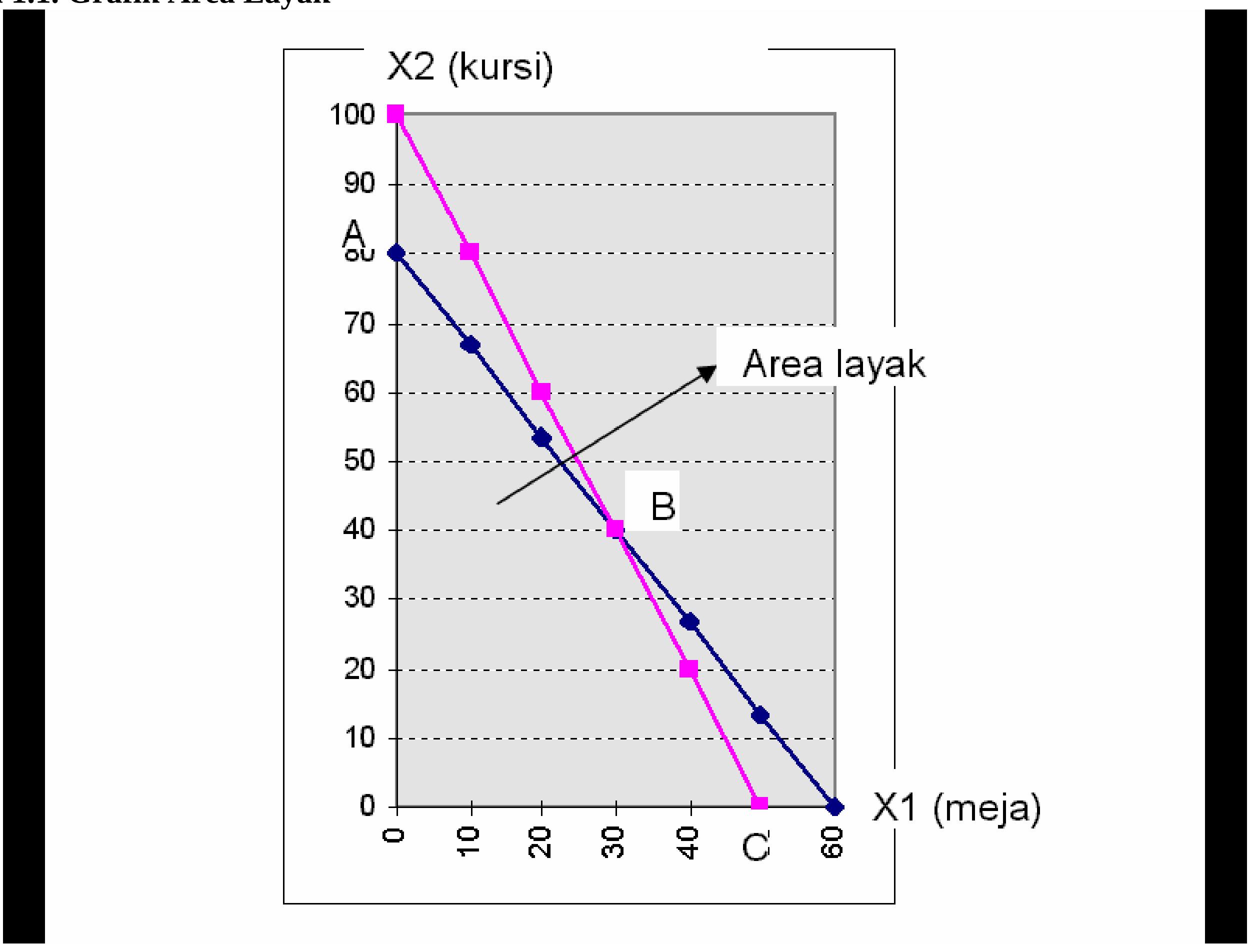
memotong sumbu X2 pada saat X1 =0

0 + X2 = 100

X2 = 100

Kendala I memotong sumbu X1 pada titik (50, 0) dan memotong sumbu X2 pada titik (0, 100).

Peraga 1.1. Grafik Area Layak



Titik potong kedua kendala bisa dicari dengan cara substitusi atau eliminasi

2 X1 + 1 X2 = 100

$X2 = 100 - 2\ X1$

$4\ X1 + 3\ X2 = 240$

$4\ X1 + 3\ (100 - 2\ X1) = 240$

$4\ X1 + 300 - 6\ X1 = 240$

$-2\ X1 = 240 - 300$

$-2\ X1 = -60$

$X1 = -60/-2 = 30.$

$X2 = 100 - 2\ X1$

$X2 = 100 - 2 * 30$

$X2 = 100 - 60$

$X2 = 40$

Sehingga kedua kendala akan saling berpotongan pada titik (30, 40).

Tanda $\leq$ pada kedua kendala ditunjukkan pada area sebelah kiri dari garis kendala. Sebagaimana nampak pada Peraga 1. 1, *feasible region* (area layak) meliputi daerah sebelah kiri dari titik A (0; 80), B (30; 40), dan C (60; 0).

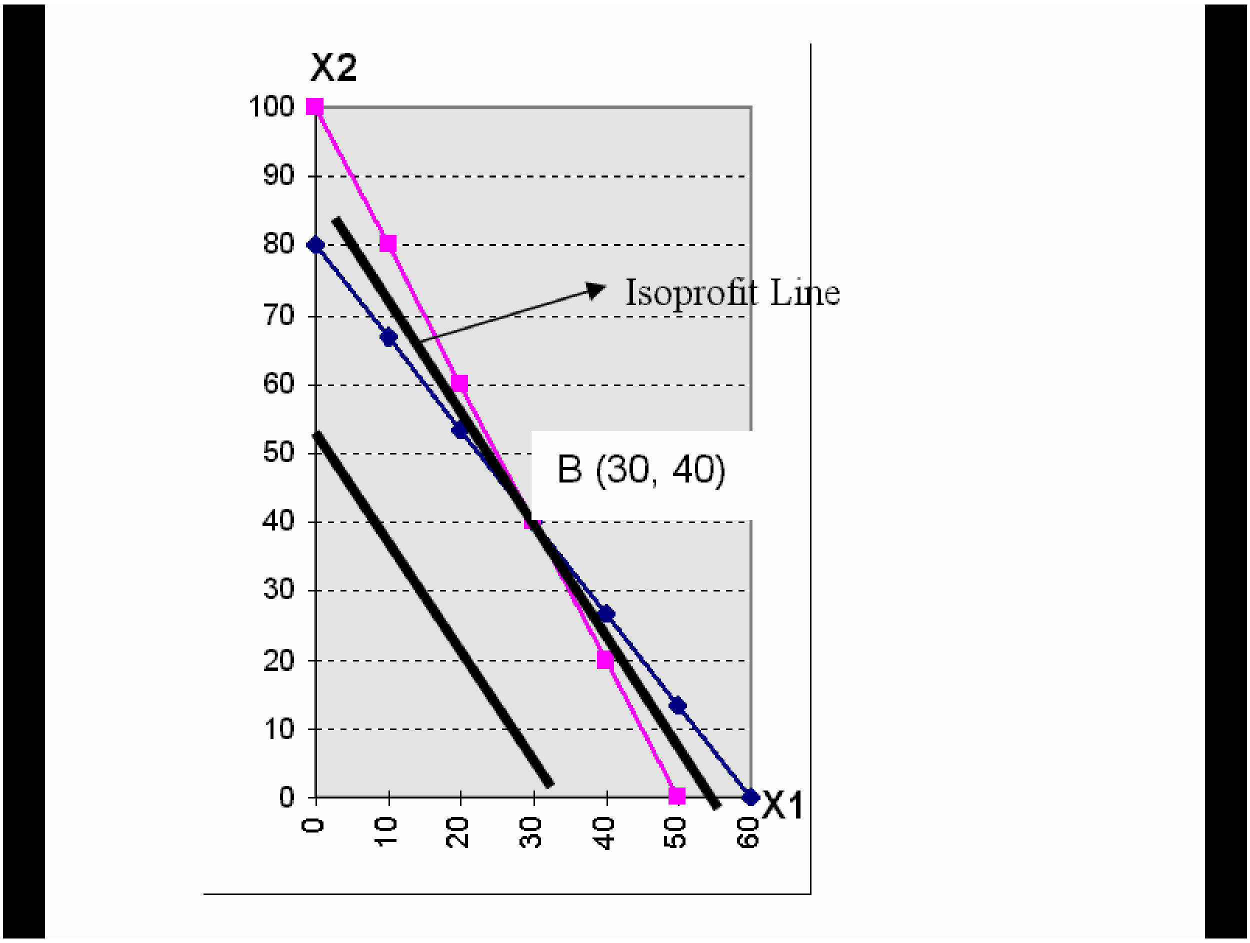
Untuk menentukan solusi yang optimal, ada dua cara yang bisa digunakan yaitu

1. dengan menggunakan garis profit (iso profit line)
2. dengan titik sudut (corner point)

Penyelesaian dengan menggunakan garis profit adalah penyelesaian dengan menggambarkan fungsi tujuan. Kemudian fungsi tujuan tersebut digeser ke kanan sampai menyinggung titik terjauh dari dari titik nol, tetapi masih berada pada area layak (feasible region). Untuk menggambarkan garis profit, kita mengganti nilai Z dengan sembarang nilai yang mudah dibagi oleh koefisien pada fungsi profit. Pada kasus ini angka yang mudah dibagi angka 7 (koefisien X1) dan 5 (koefisien X2) adalah 35. Sehingga fungsi tujuan menjadi 35 = 7 X1 + 5 X2. Garis ini akan memotong sumbu X1 pada titik (5, 0) dan memotong sumbu X2 pada titik (0, 7).

Dari Peraga 1. 2 dapat dilihat bahwa iso profit line menyinggung titik B yang merupakan titik terjauh dari titik nol. Titik B ini merupakan titik optimal. Untuk mengetahui berapa nilai X1 dan X2, serta nilai Z pada titik B tersebut, kita mencari titik potong antara kendala I dan kendala II (karena titik B merupakan perpotongan antara kendala I dan kendala II). Dengan menggunakan eliminiasi atau subustitusi diperoleh nilai X1 = 30, X2 = 40. dan Z = 410. Dari hasil perhitungan tersebut maka dapat disimpulkan bahwa keputusan perusahaan yang akan memberikan profit maksimal adalah memproduksi X1 sebanyak 30 unit, X2 sebanyak 40 unit dan perusahaan akan memperoleh profit sebesar 410.

Peraga 1. 2. Iso profit line



Penyelesaian dengan menggunakan titik sudut (corner point) artinya kita harus mencari nilai tertinggi dari titik-titik yang berada pada area layak (feasible region). Dari peraga 1, dapat dilihat bahwa ada 4 titik yang membatasi area layak, yaitu titik 0 (0, 0), A (0, 80), B (30, 40), dan C (50, 0).

Keuntungan pada titik O (0, 0) adalah (7 x 0) + (5 x 0) = 0.

Keuntungan pada titik A (0; 80) adalah (7 x 0) + (5 x 80) = 400.

Keuntungan pada titik B (30; 40) adalah (7 x 30) + (5 x 40) = 410.

Keuntungan pada titik C (50; 0) adalah (7 x 50) + (5 x 0) = 350.

Karena keuntungan tertinggi jatuh pada titik B, maka sebaiknya perusahaan memproduksi meja sebanyak 30 unit dan kursi sebanyak 40 unit, dan perusahaan memperoleh keuntungan optimal sebesar 410.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, silakan anda mengerjakan latihan berikut ini !

1) Apa yang dimaksud dengan LP?
2) Sebutkan 4 ciri kusus yang melekat pada permasalahan LP.
3) Sebutkan 5 asumsi dasar yang harus dipenuhi dalam penyelesaian permasalahan dengan menggunakan LP.
4) Sebutkan langkah-langkah dalam formulasi permasalahan LP.
5) Apa syarat permasalahan dapat diselesaikan dengan metode grafik?
6) Apa yang dimaksud dengan area layak (feasible region)?
7) Bagaimana cara menentukan solusi optimal dengan menggunakan isoprofit line?
8) Bagaimana cara menentukan solusi optimal denan cara corner point?

RANGKUMAN

LP dengan metode grafik hanya dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dengan 2 variabel keputusan. Dalam penyelesaian permasalahan diawali dengan formulasi permasalahan, kemudian menggambarkan fungsi kendala serta menentukan area layak. Baru kemudian menentukan solusi optimal yang dapat menggunakan 2 pendekatan, yaitu dengan pendekatan garis profit (isoprofit line) atau titik sudut (corner point).

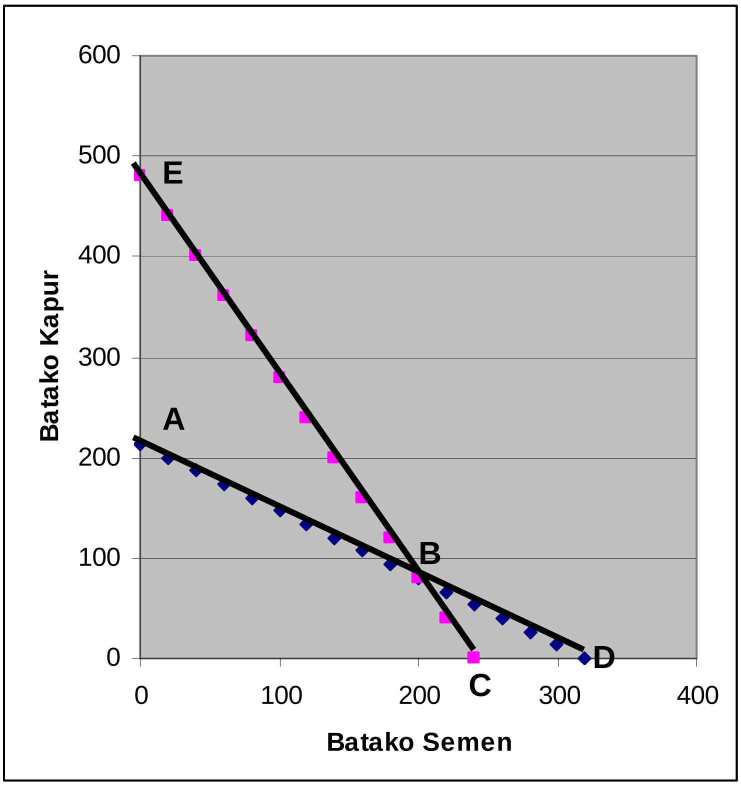
TES FORMATIF 1

Pilih salah satu jawaban yang paling tepat dari beberapa alternatif jawaban yang disediakan !

Kasus 1 digunakan untuk menjawab pertanyaan nomor 1 s.d. 5

PT Padat Karya memproduksi dua macam batako: batako semen dan batako kapur. Biaya pembuatan batako semen diperkirakan Rp. 150,- sedang biaya pembuatan batako kapur diperkirakan Rp. 100,-. Batako semen dijual seharga Rp. 400,- dan batako kapur dijual seharga Rp. 250,-.

Untuk pembuatan kedua macam batako tersebut dipergunakan 2 macam mesin: A: mesin pencampur dan B: mesin pencetak. Untuk mencampur batako semen diperlukan waktu 1 jam, dan untuk mencetak batako semen diperlukan waktu 2 jam. Batako kapur dicampur selama 1.5 jam dan dicetak selama 1 jam. Selama satu bulan kapasitas mesin A 320 jam kerja. Sedang kapasitas mesin B adalah 480 jam kerja. Jika tujuan perusahaan memaksimumkan keuntungan , jawablah pertanyaan nomor 1 – 5 berikut ini .



1) Formulasi dalam bentuk Linear Programming dari permasalahan di atas adalah:

   A. Fungsi Tujuan Max $Z = 400X + 250Y$

      Fungsi Kendala
      $$X + 1{,}5Y \leq 320$$
      $$2X + Y \leq 480$$
      $$X \leq 0$$
      $$Y \leq 0$$

   B. Fungsi Tujuan Max $Z = 150X + 100Y$

      Fungsi Kendala
      $$X + 1{,}5Y \leq 320$$
      $$2X + Y \leq 480$$
      $$X \geq 0$$
      $$Y \geq 0$$

   C. Fungsi Tujuan Max $Z = 250X + 150Y$ *

      Fungsi Kendala
      $$X + 1{,}5Y \leq 320$$
      $$2X + Y \leq 480$$
      $$X \geq 0$$
      $$Y \geq 0$$

   D. Fungsi Tujuan Max $Z = 250X + 150Y$

      Fungsi Kendala
      $$X + 2Y \leq 320$$
      $$1{,}5X + Y \leq 480$$
      $$X \geq 0$$
      $$Y \geq 0$$

2) Dari gambar di atas yang merupakan area layak adalah area yang dibatasi titik

   A. 0ABC*
   B. ABE
   C. CDB
   D. 0EBD

3) Jumlah batako semen dan batako kapur yang harus diproduksi agar profit maksimum adalah :

   A. Batako semen 80 unit dan batako kapur 200 unit

B. Batako semen 200 unit dan batako kapur 80 unit *

C. Batako semen 320 unit dan batako kapur 0 unit

D. Batako semen 0 unit dan batako kapur 480 unit

4) Besarnya keuntungan maksimum adalah :

A. Rp 80.000,-

B. Rp. 72.000,-

C. Rp. 62.000,-*

D. Rp 55.000,-

5) Solusi optimal terjadi pada :

A. Titik A

B. Titik B*

C. Titik D

D. Titik C

Kasus 2 : Digunakan untuk menjawab Pertanyaan nomor 6 – 10

Fungsi Tujuan Max $z = 4x1 + 3x2$

Fungsi kendala $1x1 + 1x2 \leq 50$ (I)

$1x1 + 2x2 \leq 80$ (II)

$3x1 + 2x2 \leq 140$ (III)

$x1, x2 \geq 0$

Siapkan grafik dari persoalan di atas!

6) Koordinat titik optimal adalah:

A. (0, 40)

B. (20, 30)

C. (40, 10)

D. (10, 40)

7) Kendala II memotong sumbu x_1 pada:

A. (0, 40)
B. (40, 0)
C. (0, 80)
D. (80, 0)*

8) Kendala III memotong sumbu x_2 pada:
A. (0, 70)
B. (70, 0)
C. (0; 46,67)
D. (46,67; 0)

9) Kendala III memotong sumbu x_1 pada:
A. (80, 0)
B. (0, 70)
C. (70, 0)
D. (46,67; 0)

10) Nilai z optimal adalah:
A. 120
B. 170
C. 190
D. 186,67

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini, dan hitunglah jumlah jawaban Anda yang benar. Kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda dalam materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{10} \times 100\ \%$$

Arti tingkat penguasaan yang Anda capai:

90 % - 100 % = baik sekali

80 % - 89 % = baik

70 % - 79 % = sedang

< 70 % = baik sekali

Kalau Anda mencapai tingkat penguasaan 80 % ke atas, anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Tetapi kalau nilai Anda di bawah 80 %, Anda harus mengulangi Kegiatan Belajar 1, terutama yang belum Anda kuasai.

Linear Programming dengan Metode Grafik: Fungsi Tujuan Minimisasi

A. PENYELESAIAN LINEAR PROGRAMMING SECARA GRAFIK UNTUK FUNGSI TUJUAN MINIMISASI

Permasalahan minimisasi dapat juga diselesaikan secara grafik. Langkah-langkah penyelesaian permasalahan sama dengan penyelesaian permasalahan untuk fungsi tujuan maksimisasi yaitu: formulasi permasalahan, menentukan area layak, serta menentukan solusi optimal.

Dalam menentukan solusi optimal, seperti halnya pada permasalahan maksimisasi, dapat digunakan pendekatan garis profit atau titik sudut. Untuk lebih memahami penyelesaian permasalahan minimisasi berikut dibahas kasus Valentine Meal.

Valentine Meal adalah makanan yang terbuat dari Jagung dan Kacang. Makanan ini memiliki kandungan sekurang-kurangnya 30% Protein dan Serat maksimal 5% sebagaimana tampak pada tabel berikut ini.

	kandungan gizi per kilogram		
	Protein	Serat	biaya
Jagung	0.09	0.02	0.30
Kacang	0.60	0.06	0.90

Valentine Meal ingin menentukan biaya terendah dari makanan tersebut.

Karena makanan tersebut terbuat dari Jagung dan Kacang, variabel keputusan untuk model tersebut dapat dirumuskan demikian

J = banyaknya jagung yang digunakan untuk campuran makanan

K= banyaknya kacang yang digunakan untuk campuran makanan

Fungsi tujuan adalah meminimumkan biaya dari campuran makanan, yang dirumuskan demikian

Minimize $Z = 0{,}3\ J + 0{,}9\ K$

Kendala dari model mencerminkan jumlah yang diperlukan dan persyaratan kandungan gizi yang diperlukan. Karena Valentine Meal memerlukan 800 kg makanan per hari, kendala tersebut bisa dirumuskan demikian:

$J + K \geq 800$

Kandungan protein dalam jagung (J) dan kacang (K) adalah (0,09 J + 0,6 K). Kandungan protein ini sekurang-kurangnya 30% dari campuran makanan. Oleh karena itu persamaannya menjadi demikian

$0{,}09\ J + 0{,}6\ K \geq 0{,}3\ (J + K)$

$0{,}09\ J + 0{,}6\ K \geq 0{,}3\ J + 0{,}3K$

$(0{,}3\ J - 0{,}09\ J) + (0{,}3K - 0{,}6\ K) \leq 0$

$0{,}21\ J - 0{,}3\ K \leq 0$

Dengan cara yang sama, kendala dari kandungan serat bisa dirumuskan demikian:

$0{,}02\ J + 0{,}06\ K \leq 0{,}05\ (J + K)$

$0{,}02\ J + 0{,}06\ K \leq 0{,}05\ J + 0{,}05\ K$

$(0{,}05\ J - 0{,}02\ J) + (0{,}05K - 0{,}06\ K) \geq 0$

$0{,}03\ J – 0{,}01\ K \geq 0$

Dari uraian di atas dapat dirumuskan formulasi permasalahan secara lengkap sebagai berikut :

Fungsi tujuan :

Minimize $Z = 0{,}3\ J + 0{,}9\ K$

Fungsi kendala :

$J + K \geq 800$ (kendala kebutuhan makanan per hari)

$0{,}21\ J - 0{,}3\ K \leq 0$ (kendala kandungan protein)

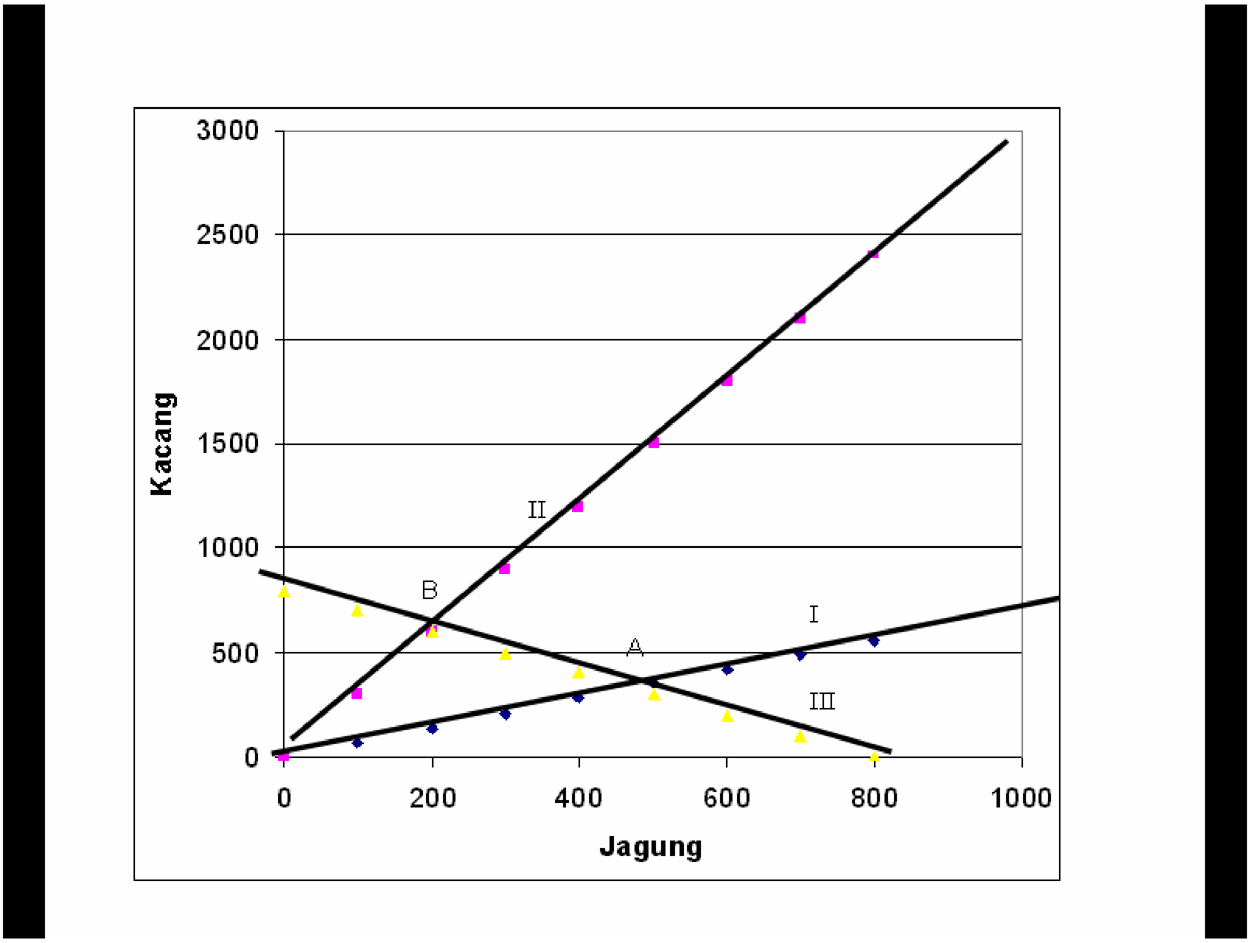
0,03 J – 0,01 K ≥ 0 (kendala kandungan serat)

J ≥ 0 (kendala non negatif pertama)

K ≥ 0 (kendala non negatif kedua)

Langkah pertama untuk menyelesaikan kasus Valentine Meal adalah dengan menggambarkan fungsi kendala sebagaimana tampak pada Peraga 1.3.

Peraga 1. 3. Grafik Valentine Meal



Titik potong ketiga kendala bisa dicari dengan cara substitusi atau eliminasi

Titik potong kendala 1 (Protein: 0.21 J – 0.3 K ≤ 0) dan 3 (Kebutuhan per hari: 1 Jagung + 1 Kacang ≥ 800)

0.21 J - 0.3 K = 0

0.21J = 0.3 K

J = (0.3/ 0.21) K

$J + K = 800$

$(0.3 / 0.21)\ K + K = 800$

$2{,}43\ K = 800$

$K = 800/2{,}43$

$K = 329{,}22$ dibulatkan menjadi 329.

$J + 329{,}22 = 800$

$J = 470{,}78$ dibulatkan menjadi 471.

Jadi titik potong kendala 1 (Protein: $0.21\ J - 0.3\ K \leq 0$) dan 3 (Kebutuhan per hari: 1 Jagung + 1 Kacang ≥ 800) terletak pada titik B (471, 329).

Titik potong kendala 2 (Serat: $0.03\ J - 0.01\ K \geq 0$) dan kendala 3 (Kebutuhan per hari: 1 J + 1 K ≥ 800

$0.03\ J - 0.01\ K = 0$

$0.03\ J = 0.01\ K$

$J = (0.01/\ 0.03)\ K$

$J = 0.33\ K$

$J + K = 800$

$0.33\ K + K = 800$

$1.33\ K = 800$

$K = 800\ /\ 1.33$

$K = 600$

$J + 600 = 800$

$J = 200$

Jadi titik potong kendala 2 (Serat: $0.03\ J - 0.01\ K \geq 0$) dan kendala 3 (Kebutuhan per hari: 1 J + 1 K ≥ 800) terletak pada titik B (200, 600).

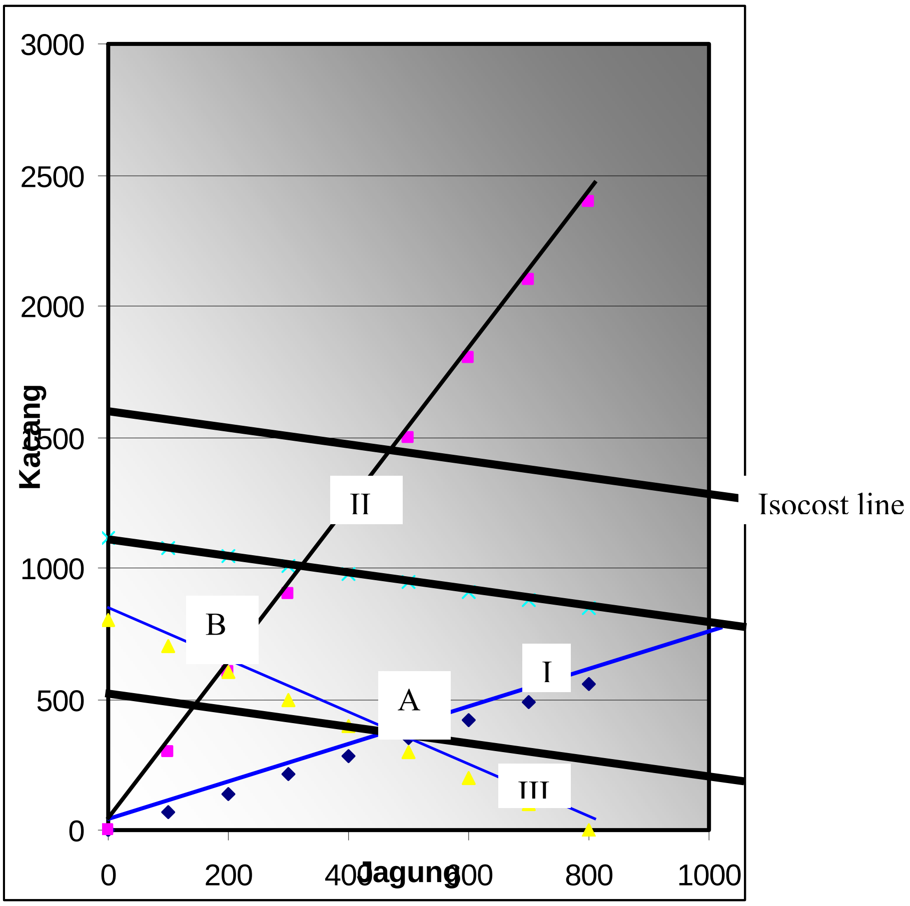
Tanda ≥ pada kendala Serat dan Kebutuhan per hari ditunjukkan pada area sebelah kanan dari garis kendala. Sebagaimana nampak pada Peraga 1.3, *feasible region* (area layak) meliputi daerah sebelah kanan dari titik A (200; 600), B (471; 329), atau di sebelah kanan kendala II dan III serta di sebelah kiri kendala I.

Untuk menentukan solusi yang optimal, ada dua cara yang bisa digunakan yaitu

1. dengan menggunakan garis biaya (iso cost line)
2. dengan titik sudut (corner point)

Penyelesaian dengan menggunakan isocost line adalah penyelesaian dengan menggambarkan fungsi tujuan. Kemudian fungsi tujuan tersebut digeser ke kiri sampai menyinggung titik terdekat dari titik nol, tetapi masih berada pada area layak (feasible region). Untuk menggambarkan garis isocost, kita mengganti nilai Z dengan sembarang nilai yang mudah dibagi oleh koefisien pada fungsi biaya. Pada kasus ini angka yang mudah dibagi angka 0.3 (koefisien J) dan 0.9 (koefisien K) adalah 270. Sehingga fungsi tujuan menjadi 270= 0.3 J + 0.9 K. Garis ini akan memotong sumbu J pada titik (900, 0) dan memotong sumbu K pada titik (0, 300).

Peraga 1. 3. Garis IsoCost pada Valentine Meal



Dari Peraga 1.3 dapat dilihat bahwa iso cost line menyinggung titik A yang merupakan titik terdekat dari titik nol. Titik A ini merupakan titik optimal. Untuk mengetahui berapa nilai J dan K, serta nilai Z pada titik A tersebut, kita mencari titik potong antara kendala I dan kendala III (karena titik A merupakan perpotongan antara kendala I dan kendala III). Dengan menggunakan eliminiasi atau substitusi diperoleh nilai J = 471, K = 329. dan Z = 437. Dari hasil perhitungan tersebut maka dapat disimpulkan bahwa keputusan perusahaan yang akan memberikan biaya minimal adalah J sebanyak 471 unit, K sebanyak 329 unit dan perusahaan akan mengalokasikan biaya sebesar 437.

Penyelesaian dengan menggunakan titik sudut (corner point) dari Peraga 1.3 dapat dilihat bahwa ada 2 titik yang dekat yang membatasi area layak, yaitu titik A yang merupakan perpotongan kendala I dan III serta titik B yang merupakan perpotongan kendala II dan III. Untuk penyelesaian dengan menggunakan titk sudut kita mencari nilai Z di kedua titik tersebut kemudian kita pilih nilai Z yang paling kecil. Titik A nilai J = 471 dan K = 329. Dengan substitusi angka tersebut ke fungsi tujuan kita peroleh 0,3 J + 0,9 K = (0,3 x 471) + (0,9 x 329) = 437,4 dibulatkan menjadi 437. dan pada titik B nilai J = 200 dan K = 600. Dengan mensubstitusikan nilai J dan K pada fungsi tujuan, kita peroleh: 0,3 J + 0,9 K = (0,3 x 200) + (0,9 x 600) = 600. Ternyata nilai Z pada titik A lebih kecil daripada titik B. Dengan demikian titik A adalah titik optimal.

B. ISU TEKNIS DALAM LP

Dalam Linear Programming dengan metode grafik sering dijumpai permasalahan secara teknis, yaitu:

1. infeasibility
2. unboundedness
3. redundancy
4. alternate optimal solutions

Infeasibility adalah suatu kondisi dimana tidak ada area layak yang memenuhi semua kendala. Sebagai contoh Apabila kasus Krisna Furniture ditambah *kendala* dari bagian pemasaran yang memberi syarat bahwa penjualan Meja minimal 60 buah dan penjualan Kursi minimal 60 buah, maka akibatnya tidak ada area layak (*feasible region)*. Kondisi seperti ini disebut *infeasibility*.

Fungsi tujuan :

Maksimisasi Z = \$7X1 + \$5X2.

Fungsi kendala :

4 X1 + 3 X2 $\leq$ 240 (kendala departemen pembuatan)

2X1 + 1 X2 $\leq$ 100 (kendala departemen pengecatan)

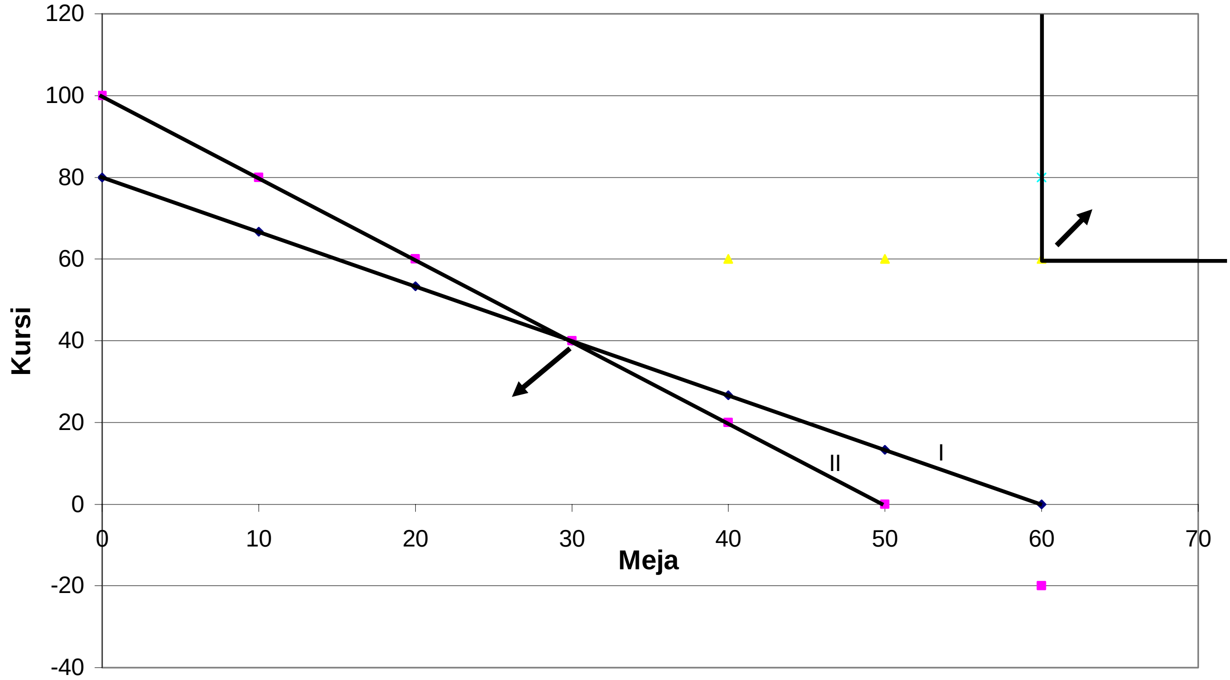
1 X1 $\geq$ 60

1 X2 $\geq$ 60

X1 $\geq$ 0 (kendala non negatif pertama)

X2 $\geq$ 0 (kendala non negatif kedua)

Peraga 1. 4. infeasibility



Unboundedness adalah suatu kondisi dimana area layak tidak terbatas. Kasus ini biasanya muncul pada fungsi tujuan maksimisasi. Misalkan saja Krisna Furniture lebih dahulu menentukan *kendala* dari pemasaran dan belum menentukan *kendala* dari segi operasi untuk *assembling* dan *finishing*. maka *objective function* menjadi tidak berhingga.

Fungsi tujuan :

Maksimisasi Z = \$7X1 + \$5X2.

Fungsi kendala :

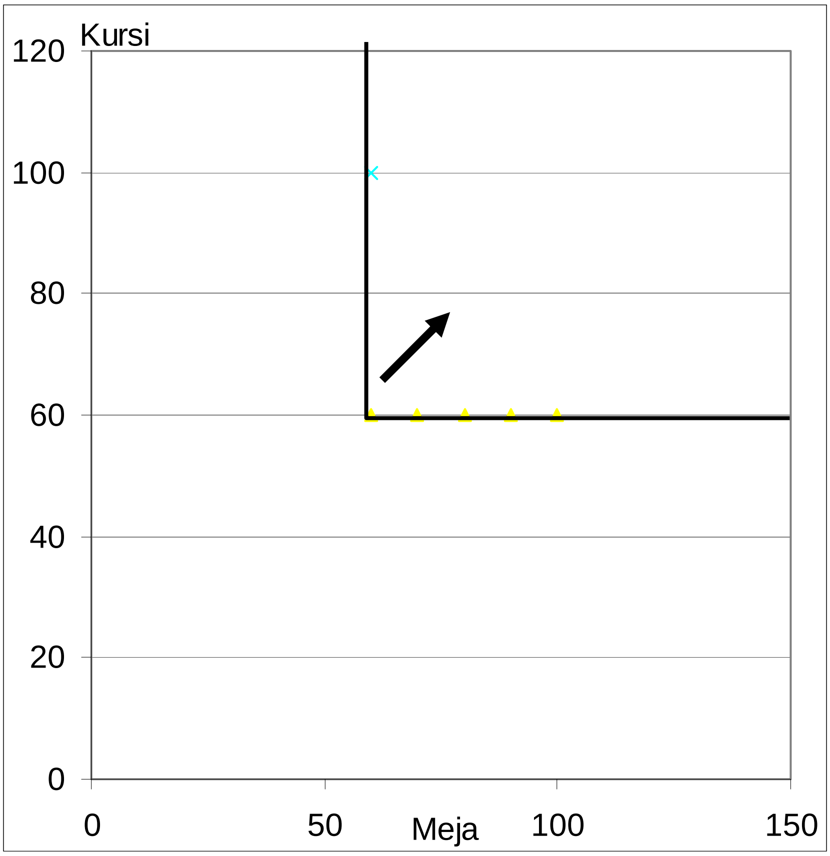
1 X1 ≥ 60

1 X2 ≥ 60

X1 ≥ 0 (kendala non negatif pertama)

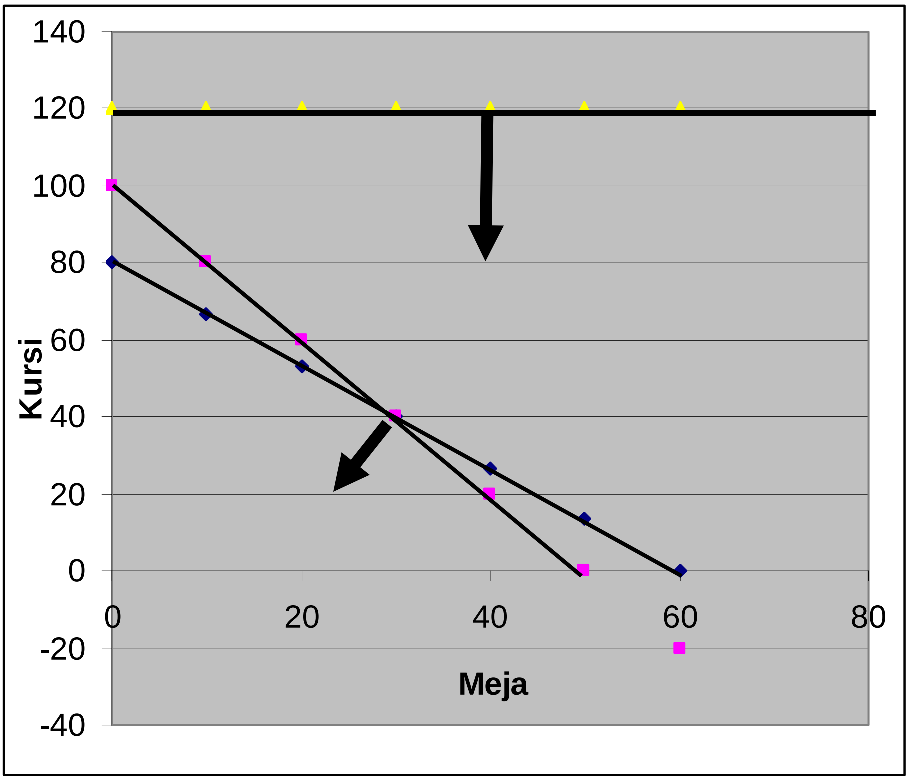
X2 ≥ 0 (kendala non negatif kedua)

Peraga 1. 5 Unboundedness



Redundancy. *Constraint* yang tidak mempengaruhi *feasible region* disebut *redundant conctraint*. Misalkan pada kasus Krisna Furniture, bagian *marketing* mengatakan bahwa tidak bisa menjual lebih dari 50 buah kursi, maka pernyataan ini disebut *redundant*. Karena kenyataannya, bagian produksi maksimal hanya bisa memproduksi 40 kursi.

Peraga 1. 6 Redundancy



Alternatif Optima adalah situasi dimana terdapat lebih dari satu solusi optimal**.** Hal ini akan terjadi apabila garis profit sejajar dengan salah satu kendala. Misalkan kita rubah *profit margin* untuk Meja dan Kursi pada kasus Krisna Furniture menjadi 8 dan 6. Garis profit ini jika kita gambarkan akan sejajar dengan kendala I karena kemiringannya sama. Solusi optimalnya terletak sepanjang garis AB. Jadi solusi optimalnya bisa terletak pada alternatif I X1 = 0 dan X2 = 80 atau X1 = 30 dan X2 = 40 atau kombinasi lain sepanjang garis AB.

Fungsi tujuan :

Maksimisasi Z = \$8X1 + \$6X2.

Fungsi kendala :

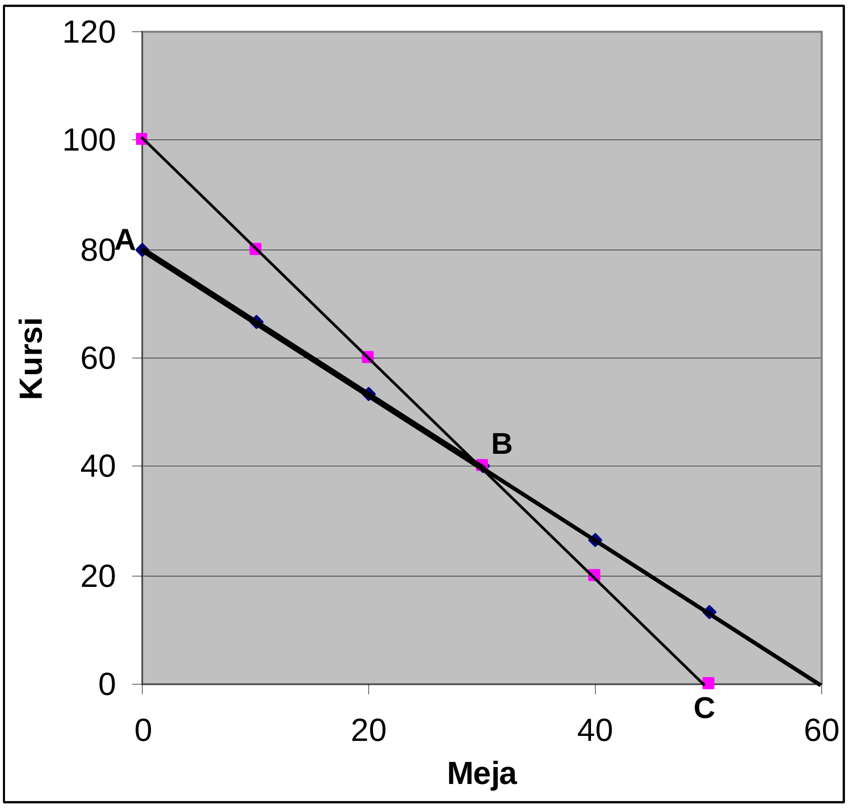
$4\,X1 + 3\,X2 \leq 240$ (kendala departemen pembuatan)

$2X1 + 1\,X2 \leq 100$ (kendala departemen pengecatan)

X1 ≥ 0 (kendala non negatif pertama)

X2 ≥ 0 (kendala non negatif kedua)

Peraga 1. 7. Alternatif Optima



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, silakan anda mengerjakan latihan berikut ini !

1) Bagaimana cara menentukan solusi optimal dari permasalahan LP dengan fungsi tujuan minimisasi dengan isocost line?
2) Bagaimana cara menentukan solusi optimal dari permasalahan LP dengan fungsi tujuan minimisasi dengan corner point?
3) Apa yang dimaksud redundancy?
4) Apa yang dimaksud infeasibility?

5) Apa yang dimaksud alternative optima?
6) Apa yang dimaksud unboundedness?

RANGKUMAN

Pada kasus minimisasi kendala diberi tanda ≥ yang secara grafis titik-titik di sebelah kanan kendala yang memenuhi syarat. Pada kasus minimisasi solusi optimal dapat ditentukan dengan 2 cara yaitu dengan isocost line dan corner point. Untuk mencari solusi optimal denan isocost line, solusi optimal adalah titik yang paling dekat dengan titik nol tetapi masih berada pada area layak. Sedangkan penentuan solusi optimal dengan corner point, solusi optimal ditentukan dengan cara mencari nilai Z yang paling rendah.

Dalam Linear Programming dengan metode grafik sering dijumpai permasalahan secara teknis, yaitu: infeasibility , unboundedness, redundancy, alternate optimal solutions.

TES FORMATIF 2

Pilih salah satu jawaban yang paling tepat dari beberapa alternatif jawaban yang disediakan !

1). Fungsi kendala dari suatu permasalahan LP adalah sebagai berikut :

$$3x + y \leq 3$$

$$4x + 3y \leq 6$$

Keterangan : S1 = slack variable untuk kendala pertama

S2 = slack variable untuk kendala kedua

Maka jika fungsi kendala tersebut diformulasikan sesuai standard simpleks adalah :

A. $3x + y + S1 + S2 = 3$

$4x + 3y + S1 + S2 = 6$

B. $3x + y + 0S1 + S2 = 3$

$4x + 3y + 0S1 + S2 = 6$

C. $3x + y + S1 + 0S2 = 3$

$4x + 3y + S1 + 0S2 = 6$

D. $3x + y + S1 + 0S2 = 3$ *

$4x + 3y + 0S1 + S2 = 6$

2) Diketahui : Fungsi Tujuan : Max $Z = 9x + 7y$

Fungsi kendala $2x + y \leq 40$

$x + 3y \leq 30$

Formulasi yang paling tepat menurut standard simpleks adalah :

A. Fungsi Tujuan Max $Z = 9x + 7y + S1 + S2$

Fungsi Kendala $2x + y + S1 + S2 = 40$

$x + 3y + S1 + S2 = 30$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

B. Fungsi Tujuan Max $Z = 9x + 7y + 0S1 + 0S2$

Fungsi Kendala $2x + y + S1 + S2 = 40$

$x + 3y + S1 + S2 = 30$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

C. Fungsi Tujuan Max $Z = 9x + 7y + 0S1 + 0S2$ *

Fungsi Kendala $2x + y + S1 + 0S2 = 40$

$x + 3y + 0S1 + S2 = 30$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

D. Fungsi Tujuan Max $Z = 9x + 7y + 0S1 + 0S2$

Fungsi Kendala $2x + y + 0S1 + 0S2 = 40$

$$x + 3y + 0S1 + 0S2 = 30$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

3) Dalam table awal simpleks, variable yang masuk ke dalam kolom basic variable adalah:
   A. hanya slack variable saja
   B. slack dan surplus variable
   C. surplus dan artificial variable
   D. slack dan artificial variable *

Berikut adalah table awal yang tidak lengkap dari permasalahan linear programming dengan fungsi tujuan maksimisasi :

	Cj	10	8	0	0	
Basic Variabel		X	Y	S1	S2	Kuantitas
		4	2	1	0	80
		1	2	0	1	50
	Zj					
	Cj					

4) Variabel yang masuk ke kolom basic variable adalah :
   A Variabel S1 dan S2 *
   B. Variabel X dan Y
   C Variabel X, Y, S1 dan S2
   D. Variabel X dan S1

5) Keuntungan X per unit adalah :
   A. 4
   B. 2
   C. 10 *
   D. 8

6) Keuntungan Y per unit adalah :

A. 4
B. 2
C. 10
D. 8 *

7) Nilai Zj pada kolom Y adalah :
A. 5
B. 4
C. 1
D. 0*

8) Nilai Cj – Zj pada kolom X adalah :
A. 10*
B. 8
C. 5
D. 4

9) Nilai Cj – Zj pada kolom Y adalah
A. 10
B. 8*
C. 5
D. 4

10) Pada table awal tersebut nilai Zj pada kolom kuantitas adalah :
A. 80
B. 50
C. 130
D. 0 *

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini, dan hitunglah jumlah jawaban Anda yang benar. Kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda dalam materi Kegiatan Belajar 2.

Rumus

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{1} \times 100\ \%$$

10

Arti tingkat penguasaan yang Anda capai:

90 % - 100 % = baik sekali

80 % - 89 % = baik

70 % - 79 % = sedang

< 70 % = baik sekali

Kalau Anda mencapai tingkat penguasaan 80 % ke atas, anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 3. **Bagus!** Tetapi kalau nilai Anda di bawah 80 %, Anda harus mengulangi Kegiatan Belajar 2, terutama yang belum Anda kuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

1) C
2) A
3) B
4) C
5) B
6) D
7) D
8) A
9) D
10) C

Tes Formatif 2

1) D
2) C
3) D
4) A
5) C
6) D
7) D
8) A
9) B
10) D

INDEX

A

alternative optima · 24
area layak · 8, 15

C

corner point · 9, 20

F

fungsi tujuan · 16

G

garis profit · 8
grafik · 6, 15

I

infeasibility · 21
iso profit line · 8
isocost line · 19

K

kendala · 3, 4, 6, 16

L

linear programming · 2, 5

M

maksimum · 2, 3, 4
metode grafik · 2
metode simpleks · 2
minimisasi · 15

R

redundancy · 23

T

titik sudut · 9
tujuan · 4, *lihat fungsi tujuan*

U

unboundedness · 22

V

variabel keputusan · 4, 6

Daftar Kepustakaan

Levin, Richard I., David S. Rubin, Joel P. Stinson, dan Everette S. Gardner, Jr. (1992). *Quantitative Approaches to Management*, eighth edition, New York, McGraw-Hill.

Render, Barry dan Jay Heizer. (1997). *Principles of Operations Management,* second edition, Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, Inc.

Render, Barry, Ralph M. Stair Jr., dan Michael E. Hanna. (2003). *Quantitative Analysis for Management,* eighth edition, Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, Inc.

Taha, Hamdy A. (1997). *Operations Research, an Introduction,* sixth edition, Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, Inc.